Probeklausur

Nike Hellkuhl 7350973

Multiple choice

(1) B und A seien Matrizen $\in K^{n \times n}$. Es gilt $\det B = \det A$ falls

a) B aus A durch eine Zeilenvertauschung entsteht.

b) B aus A durch Addition der μ-fachen j-ten Zeile von A zur k-ten Zeile von A entsteht.

c) B aus A durch Multiplikation der μ-fachen j-ten Zeile von A zur k-ten Zeile von A entsteht.

d) B aus A durch Multiplikation mit der Inversen entsteht.

(2) Folgende Aussagen wurden gemacht:

I) $\det(AB) = (\det A) \cdot (\det B)$

II) $\det(A^{-1}) = \det(A)^{-1}$

III) $\det(A^{-1}) \neq \det(A)^{-1}$

IV) $\det(A+B) \neq \det A + \det B$ (für $n \geq 2$)

V) $\det(A+B) = \det A + \det B$ (für $n \geq 2$)

Welcher dieser treffen zu?

a) I, II, IV sind richtig.

b) III, IV sind richtig.

c) I, V sind richtig.

d) nur I ist richtig.

(3) Gegeben ist $\det A : K^{n \times n} \rightarrow K$

$$A \longmapsto \det A, \; A \in K^{n \times n}$$

Es gilt weiter:

$$\operatorname{rang} A < n \Leftrightarrow \det A = 0 \quad ,$$

d.h.

a) A ist invertierbar

b) A ist quadratisch

c) A ist nicht invertierbar

d) A ist nicht singulär

(4) λ heißt Eigenvektor von $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, falls es ein v gibt, für das gilt:

a) $v \in \mathbb{R}^n$ und $\lambda \in \mathbb{C}$ mit $\lambda \not\equiv 0$, sodass $Av = \lambda v$ gilt.

b) $v \in \mathbb{R}^n$ mit $v = \lambda$ und $\lambda \in \mathbb{C}$ mit $\lambda \equiv 0$, sodass $Av = \lambda v$ gilt.

c) $v \in \mathbb{R}^n$ mit $v \not\equiv 0$ und $\lambda \in \mathbb{C}$ sodass $A \cdot \lambda = \lambda v$ gilt.

d) $v \in \mathbb{R}^n$ mit $v \not\equiv 0$ und $\lambda \in \mathbb{C}$ sodass $\lambda \cdot v = Av$ gilt.

(5) f sei eine Funktion mit $f: U \to \mathbb{R}$, $U \subseteq \mathbb{R}^n$

f heißt im Punkt $x \in U$ total differenzierbar falls es eine Abbildung mit $A: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ gibt, sodass in einer Umgebung von x gilt:

a) $f(x) = \xi + f(x) + A\xi + \varphi(\xi)$

b) $f(x\xi) = f(x) + A\xi + \varphi(\xi)$

c) $f(x+\xi) = f(x) + A\xi + \varphi(\xi)$

d) $f(x+\varphi(\xi)) = f(x) + A\xi + \varphi(\xi)$

(6) Seien $p, q \in (1, \infty)$ mit $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Dann gilt für

$\forall x, y \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$

a) $x^{1/p} \cdot y^{1/q} \leq \frac{x}{p} \cdot \frac{y}{q}$

b) $x^{1/p} \cdot y^{1/q} \geq \frac{x}{p} \cdot \frac{y}{q}$

c) $x^{1/p} \cdot y^{1/q} \leq \frac{x}{p} + \frac{y}{q}$

d) $x^{1/p} \cdot x^{1/q} \geq \frac{x}{p} + \frac{y}{q}$

(7) Welche Aussage trifft nicht zu?

a) $G = \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{R}_+$ mit $+$ oder $\cdot$, d.h. für $a, b \in G$ kann man $a * b = a \cdot b$ oder $a * b := a + b$ definieren, sind Mengen

b) X Mengen, $G := \mathrm{Abb}(X, X) := \{f: X \to X, f \text{ Abbildung}\}$

Def für $f, g \in G$: $f * g := f \circ g \in G$, dabei ist die Reihenfolge unwichtig.

c) $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ mit $+$ sind Gruppen.

d) $\mathbb{Z}$ mit $\cdot$ ~~Stud~~ ist keine Gruppe

(8) Was ~~drückt~~ nennt man $\|kx\| = \|k\| \|x\|$ ~~aus~~?

a) Definitheit

b) Dreiecksungleichung

c) stetige Abgeschlossenheit

d) absolute Homogenität

(9) Welcher Ausdruck beschreibt die Wellengleichung?

a) $\Delta f - \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$

b) $\Delta f - \frac{\partial f}{\partial t^2} = 0$

c) $\nabla f + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$

d) $\nabla f + \frac{\partial f}{\partial t^2} = 0$

(10) Vervollständigen Sie die Aussage

„Ist die Hesse-Matrix in einer Nullstelle des Gradienten …

a) … positiv definit …

b) … negativ definit …

c) … semidefinit …

d) … indefinit …

…, so lassen sich keine allgemeine Aussagen treffen."