von Elia Pichl
7350250

Single-Choice Aufgaben f. Klausur

1.) Zwei Matrizen A, B. $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) $\det B = 3$, da $\det A = -\det B$ ist $\det A = -3$.

b) $\det B = 3$, da $\det A = \det B$ ist $\det AB = 3$.

c) $\det B = 4$, $\det A = 3$ $\det AB = 12$.

2.) Gegeben: Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

a) Spektrum von $A = \{1, 5\}$

b) $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ist Eigenvektor zu $\lambda = 1$.

c) Eigenwerte von A sind $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$.

3.) Welche Aussage ist richtig?

a) $\nabla f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}$

b) $\Delta f = \sum \frac{\partial}{\partial x_i} v_i(x)$

c) $\Delta f = \operatorname{div}(\nabla f)$

4.) Welche Aussage ist falsch? Das Taylorpolynom 2. Ord. lautet:

a) $f(x) = f(a) + \langle \nabla f(a), x-a \rangle + \frac{1}{2} \langle x-a, (Df)(a)(x-a) \rangle$

b) $f(x) = f(a) + \langle \nabla f(a), x-a \rangle + \frac{1}{2} \langle x-a, (\operatorname{Hess} f)(a)(x-a) \rangle$

c) $f(x) = f(a) + \langle \nabla f(a), x-a \rangle + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(a)}{\partial x_1^2}(x_1-a_1)^2 + \frac{\partial^2 f(a)}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1-a_1)(x_2-a_2)$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(a)}{\partial x_2^2}(x_2-a_2)^2 + \sum_{|\alpha| \geq 3}$$

5.) Welche Aussage ist falsch?

a) Die i-te Zeile von Df ist gerade der transponierte Gradient von f_i.
$\left(\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_n} \right) = (\nabla f_i)^T$

b) A ist positiv definit, wenn alle Eigenwerte negativ sind, d.h. $\lambda_i < 0$ für jedes $i = 1, \dots, n$

c) A indefinit falls A mind. einen pos. & einen neg. Eigenwert hat.

d) $(\operatorname{Hess} f)(x)$ negativ definit (nur negative Eigenwerte) $\Rightarrow f$ hat in x striktes lokales Maximum.

6.) Welche Aussage ist richtig?

a) $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ mit $+$ sind keine Gruppen.

b) $\mathbb{Z}$ mit $\cdot$ ist keine Gruppe.

c) $\mathbb{N}$ mit $+$ ist eine Gruppe.

7.) Welche Aussage ist falsch?

a) $17 \bmod 3 = 2$

b) $3^{123} \bmod 3 = 0$

c) $17 \bmod 4 = 4$

d) $5^{123} \bmod 2 = 1$

8.) $$A^{m \times n} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

r = Rang

d = Dimension

a) $m = 4, n = 6, r = 2, d = 24$

b) $m = 4, n = 6, r = 3, d = 3$

c) $m = 6, n = 4, r = 2, d = 3$

9.) Welche Aussage ist richtig?

a) $T^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

b) $T^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} a & -b \\ -c & d \end{pmatrix}$

c) $T^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} -a & c \\ b & -d \end{pmatrix}$

10.) Welche Aussage über lineare Differentialgleichungen ist falsch?

a) $y' = a(x)y + b(x)$

b) homogen falls $b \neq 0$, inhomogen falls $b \equiv 0$.

c) $\varphi(x) = \varphi_0(x)\, u(x)$ $\quad \varphi_0(x) = \exp \int_{x_0}^{x} a(t)\,dt$

$u(x) = \int_{x_0}^{x} \frac{bt}{\varphi_0(t)}\,dt + c.$